

B.Sc. Semester - I
HOME ASSIGNMENT
2024 - 25
MATHEMATICS (DSC)
METRIC SPACE

MM 10

1. रोल्ले के प्रमेय का कथन लिखिए। (2 marks)
Statement only of Rolles theorem

2. यदि $y = A \sin mx + B \cos mx$ तो सिद्ध कीजिए कि - (3 marks)
If $y = A \sin mx + B \cos mx$ then prove that
$$\frac{d^2y}{dx^2} + m^2y = 0$$

3. मैकलॉरिन प्रमेय के कथन को लिखकर सिद्ध कीजिए। (5 marks)
State and prove maclaurin's theorem.

OR (अथवा)

- लेबनीज प्रमेय के कथन को लिखकर समझाइए
State and prove Leibnitz's theorem .

B.Sc. Semester - III
HOME ASSIGNMENT
2024 - 25
MATHEMATICS (DSC)
ABSTRACT ALGEBRA

MM - 20

Section A

(2x2 = 4)

1. उपसमूह को उदाहरण देकर परिभाषित कीजिए।
Define subgroup by giving examples.
2. सिद्ध कीजिए कि पूर्णांकों का योज्य समूह परिमेय संख्याओं के योज्य समूह का एक उपसमूह है।
Prove that the additive group of integers is a subgroup of the additive group of rational numbers.

Section B

(2x3 = 6)

3. सिद्ध कीजिए कि एक समूह जो उचित उपसमूह नहीं रखता है या तो तत्समक समूह $\{e\}$ है या अभाज्य कोटि का है, जहाँ e समूह का तत्समक अवयव है।
Prove that a group which does not have proper subgroups is either an identity group $\{e\}$ or is of prime order, where e is the identity element of the group.
4. सिद्ध कीजिए कि, यदि H , G का कोई उपसमूह है, तब $H^{-1} = H$ । यह भी दर्शाइये कि उसका विलोम सत्य नहीं है।
Prove that if H is a subgroup of G , then $H^{-1} = H$. Also show that the converse is not true.

Section C

(2x5 = 10)

5. सिद्ध कीजिए कि प्रतिचित्रण π_{ab} , $a, b \in R$ के लिए, R को R से इस प्रकार प्रतिचित्रित करते हैं कि $\pi_{ab}(x) = ax + b$ । मानलो $G = \{\pi_{ab} ; a \neq 0\}$ सिद्ध कीजिए कि G प्रतिचित्रणों के गुणन संयोजनों के अंतर्गत एक समूह है। $\pi_{ab} \cdot \pi_{cd}$ के लिए सूत्र स्थापित कीजिए। मानलो $H = \{\pi_{ab} \in G : a \text{ परिमेय है}\}$ दर्शाइए कि H , G का एक उपसमूह है।
Prove that the mappings π_{ab} , $a, b \in R$ map R to R such that $\pi_{ab}(x) = ax + b$. Let $G = \{\pi_{ab} ; a \neq 0\}$
Prove that G is a group under multiplicative combinations of antimaps. Also generates the formula of $\pi_{ab} \cdot \pi_{cd}$. If $H = \{\pi_{ab} \in G : a \text{ is rational}\}$. Then prove that H is a subgroup of G .
6. सिद्ध कीजिए कि एक समूह G के वे अवयव जो G के एक दिए गए अवयव b के वर्ग से क्रम विनिमेय हैं G के एक उपसमूह को निर्मित करते हैं तथा वे जो स्वयं b से क्रम विनिमेय हैं H के एक उपसमूह को निर्मित करते हैं।
Prove that the elements of a group G which are commutative with the class of a given element b of G form a subgroup of G , and those which are commutative with b themselves form a subgroup of H .

B.Sc. Semester - V
HOME ASSIGNMENT
2024 - 25
MATHEMATICS (DSC)
METRIC SPACE

MM 15

1. मानलो (X, d) एक पूर्ण दूरिक समष्टि है तथा (Y, d_Y) , (X, d) का एक उपसमष्टि है, तब सिद्ध कीजिए की Y पूर्ण (complete) होता है। यदि और केवल यदि Y संवृत (Closed) है। (3 marks)

Let (X, d) be a metric space and (Y, d_Y) is a subspace of (X, d) . Then prove that Y is complete if and only if Y is closed.

2. सिद्ध कीजिये कि दूरिक समष्टि (\mathbb{R}^k, d) जहाँ "d" प्राहत दूरिक निम्न प्रकार से परिभाषित है ! (5 marks)
- $$d(x, y) = (\sum |x_i - y_i|^2)^{1/2} \quad (x, y \in \mathbb{R}^k)$$
- एक पूर्ण दूरिक समष्टि है।
Prove that the following metric space is a complete metric space.

$$d(x, y) = (\sum |x_i - y_i|^2)^{1/2} \quad (x, y \in \mathbb{R}^k)$$

3. दर्शाइये की समष्टि $C[-1, 1]$ दूरिक 'd' के अधीन पूर्ण नहीं है, जहाँ (7 marks)
- Show that the space $C[-1, 1]$ is not complete with respect to distance 'd'.

$$d(f, g) = \left(\int_{-1}^1 |f(t) - g(t)|^2 dt \right)^{1/2}$$

(Or)

दर्शाइए की समष्टि S गणनीय सघन (separable) है।
Show that the space S is countably separable.

B.Sc. Semester -V
HOME ASSIGNMENT
2024 - 25

MATHEMATICS (DSE)
PAPER – PARTIAL DIFFERENTIAL EQUATION
MM - 20

प्रश्न 1:- हल कीजिये (Solve) (2)
$$p^2 - q^2 = 4$$

प्रश्न 2:- निम्न आंशिक अवकल समीकरण का पूर्ण हल
जात कीजिए। (2)

Find the complete solution of the following partial
differential equation

$$p^2 + q^2 = npa$$

प्रश्न 3:- हल कीजिये (Solve) (3)

$$9(p^2 z + q^2) = 4$$

प्रश्न 4:- Find the complete integral (3)

$$p^2 = z^2 (1 - pq)$$

प्रश्न 5:- Solve by charpits methods (5)

$$p^2 + q^2 - 2px - 2ay + 1 = 0$$

OR

हल कीजिये Solve : $z^2 = paxy$

प्रश्न 6:- हल कीजिये Solve (5)

$$(x - y)p + (x + y)q = 2xz$$

OR

हल कीजिये Solve
$$P \tan x + q \tan y = \tan z$$